ESCOLA BIÔNICA · Aula de apoio

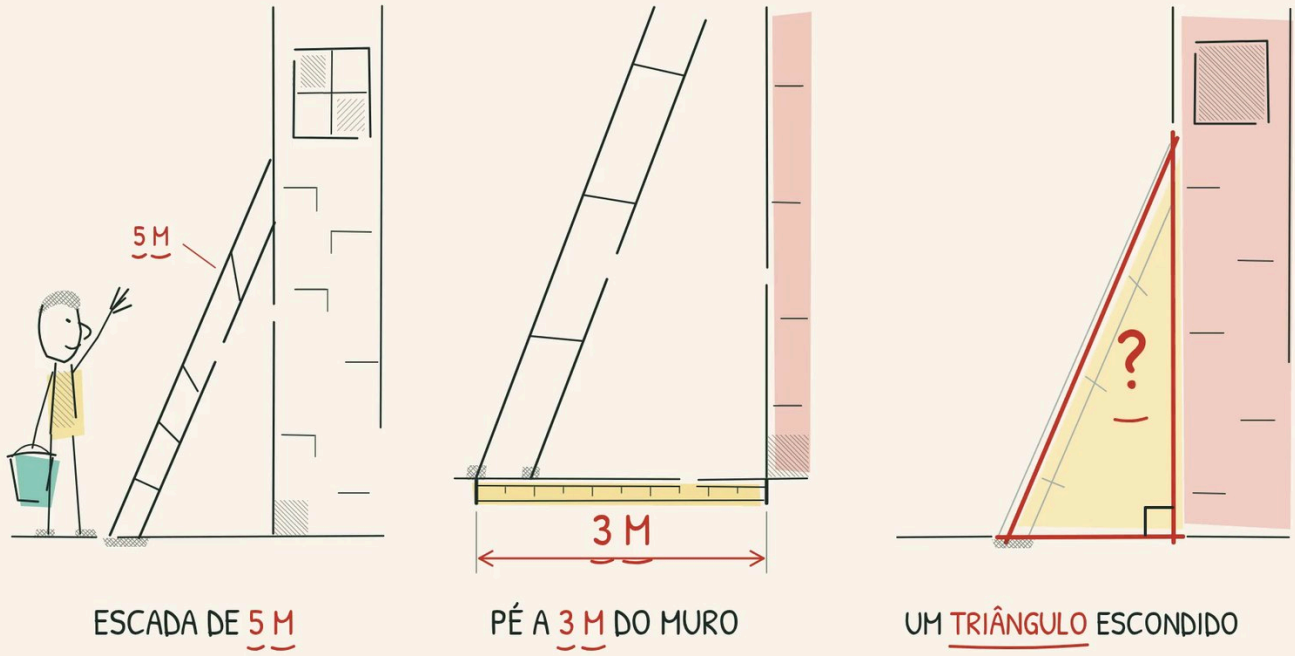
Teorema de Pitágoras: o que é, por que funciona e como usar

Matemática · 9º ano · BNCC EF09MA13

Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

Como usar este roteiro

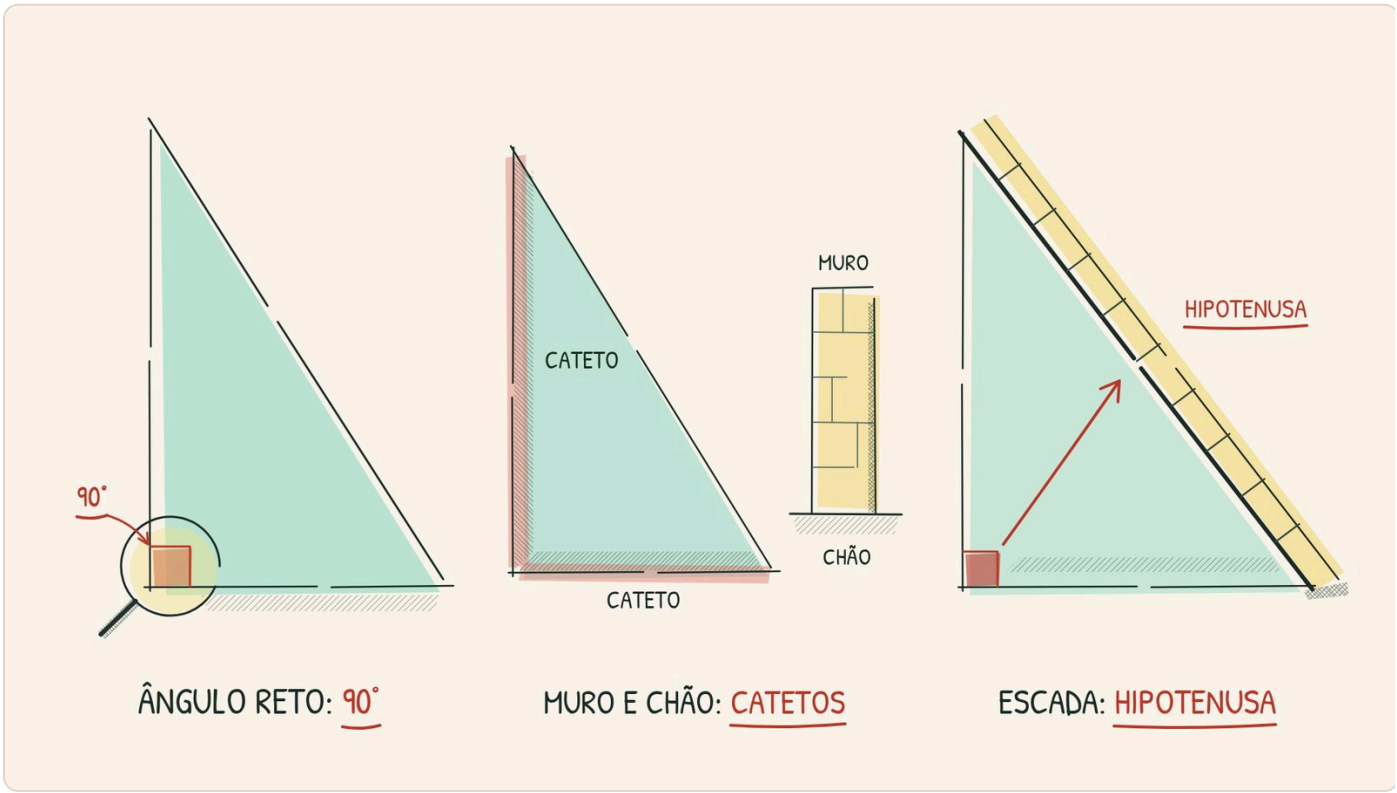
A aula tem 8 quadros, um por página. Em cada um: o desenho pronto, o que escrever no quadro, o que desenhar e o que explicar. É o mesmo conteúdo da videoaula, para você reproduzir no quadro, na ordem.



	Escreva no quadro	Desenhe
1	**Escada de 5 m**	Menino segurando um balde, ao lado de uma escada encostada num muro alto de tijolos, com uma janela suja no alto. Etiqueta na escada indicando 5 m.
2	**Pé a 3 m do muro**	Close no chão: fita métrica esticada do pé da escada até a base do muro, marcando 3 m.
3	**Um triângulo escondido**	A mesma cena com muro, chão e escada contornados em traço grosso formando um triângulo. Um ponto de interrogação na altura do muro e um quadradinho no canto entre muro e chão.

O que explicar

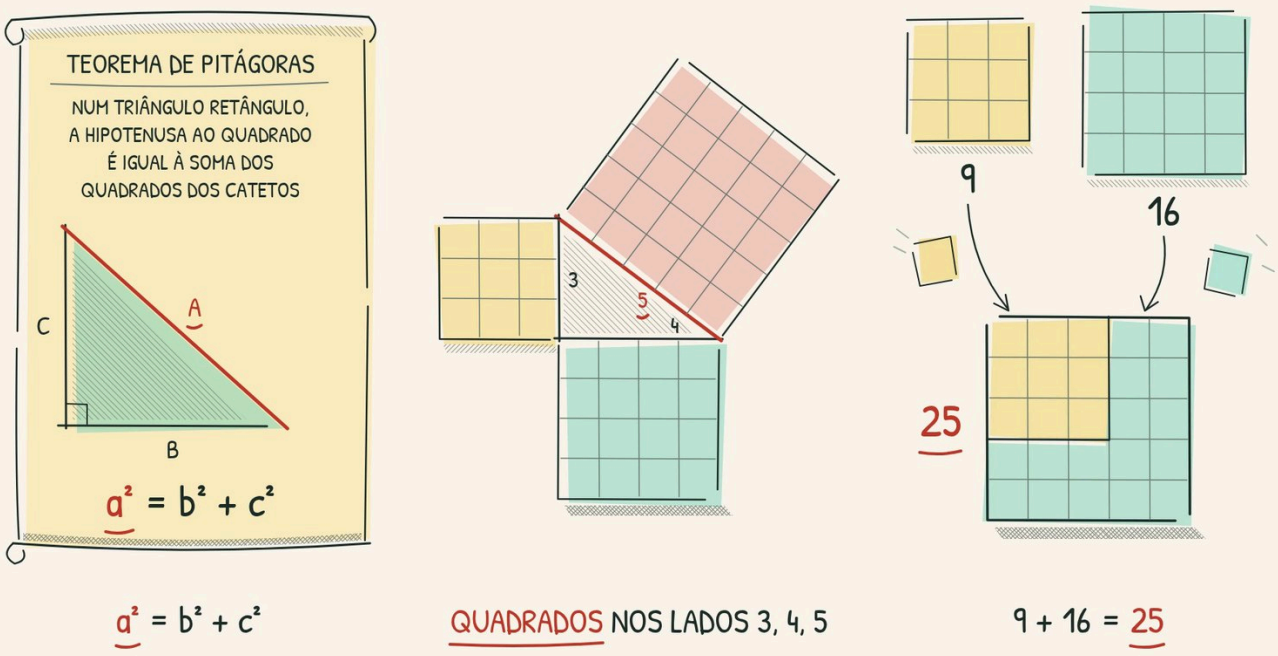
Imagine que você precisa limpar uma janela alta. Você pega uma escada de cinco metros e apoia no muro. O pé da escada fica a três metros da parede. Pergunta: até que altura a escada alcança? Repare que muro, chão e escada formam um triângulo. E esse triângulo tem um canto especial, bem reto, onde o muro encontra o chão.



	Escreva no quadro	Desenhe
1	**Ângulo reto: 90°**	Triângulo retângulo grande com o canto reto marcado por um quadradinho e uma lupa sobre ele.
2	**Muro e chão: catetos**	Os dois lados que formam o canto reto pintados com hachura, cada um com a etiqueta 'cateto'. Ao lado, pequenos desenhos do muro e do chão.
3	**Escada: hipotenusa**	O lado inclinado, oposto ao canto reto, desenhado mais grosso, com uma seta apontando do ângulo reto até ele. A escada aparece desenhada sobre esse lado.

O que explicar

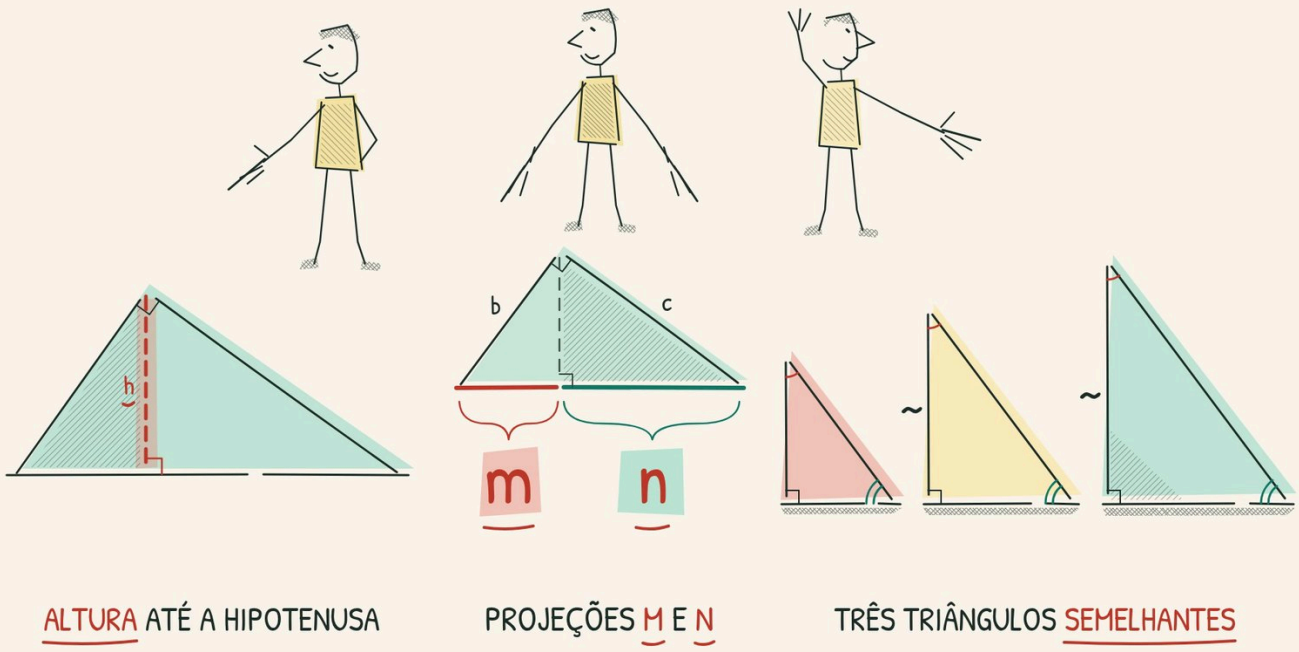
Esse canto reto é o ângulo de noventa graus, e o triângulo se chama triângulo retângulo. Os dois lados que formam o ângulo reto são os catetos. Aqui, o muro e o chão. O lado maior, bem em frente ao ângulo reto, é a hipotenusa. No nosso caso, a própria escada. Guarde esses três nomes.



	Escreva no quadro	Desenhe
1	**a² = b² + c²**	Pergaminho aberto com a frase escrita em letra caprichada e um triângulo retângulo de lados a (hipotenusa), b e c, com a fórmula embaixo.
2	**Quadrados nos lados 3, 4, 5**	Triângulo retângulo de catetos 3 e 4 e hipotenusa 5, com um quadrado quadriculado desenhado para fora de cada lado.
3	**9 + 16 = 25**	Os 9 quadradinhos e os 16 quadradinhos saindo dos quadrados menores e se encaixando perfeitamente no quadrado de 25 quadradinhos.

O que explicar

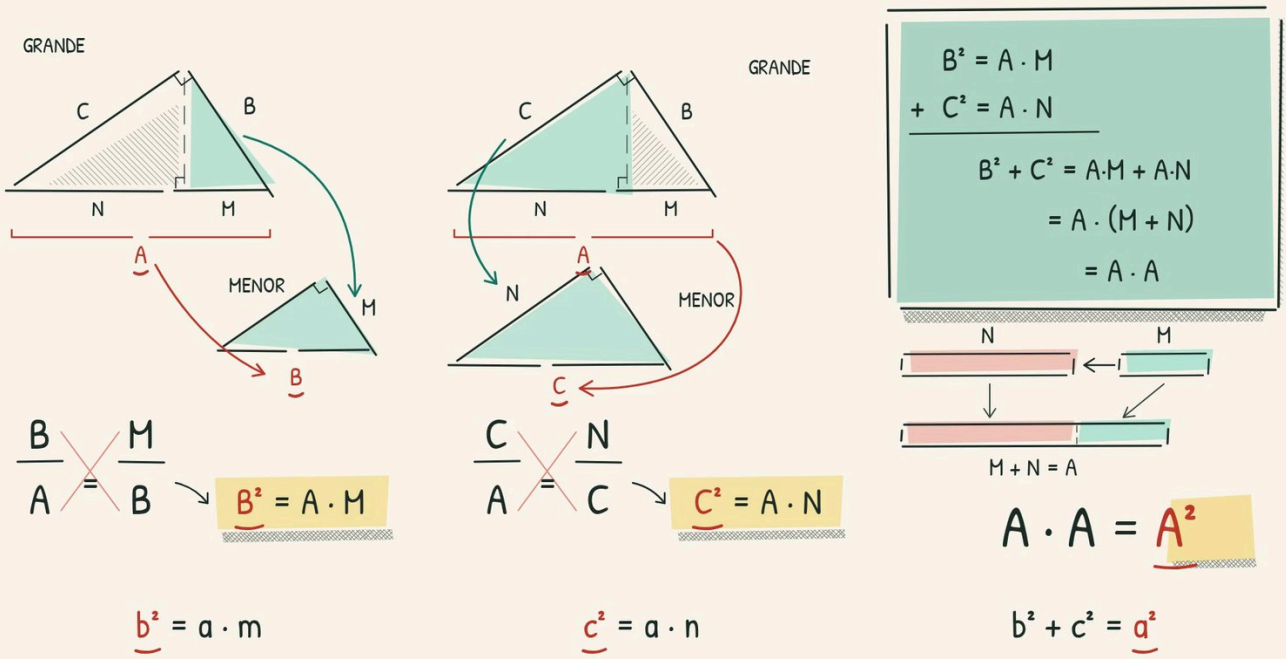
Agora, o teorema de Pitágoras. Ele diz: num triângulo retângulo, a hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos catetos. Veja com desenho. Construa um quadrado em cada lado de um triângulo de lados três, quatro e cinco. Os quadrados menores têm nove e dezesseis quadradinhos. Somados, dão vinte e cinco, exatamente o quadrado maior.



	Escreva no quadro	Desenhe
1	**Altura até a hipotenusa**	Triângulo retângulo com uma linha tracejada saindo do canto reto e caindo perpendicular sobre a hipotenusa, com um quadradinho marcando o encontro.
2	**Projeções m e n**	A hipotenusa dividida em dois trechos pela altura, um rotulado m (junto ao cateto b) e outro rotulado n (junto ao cateto c).
3	**Três triângulos semelhantes**	Os dois triângulos menores recortados e girados ao lado do triângulo grande, enfileirados do menor para o maior, com os ângulos iguais marcados pelos mesmos arquinhos.

O que explicar

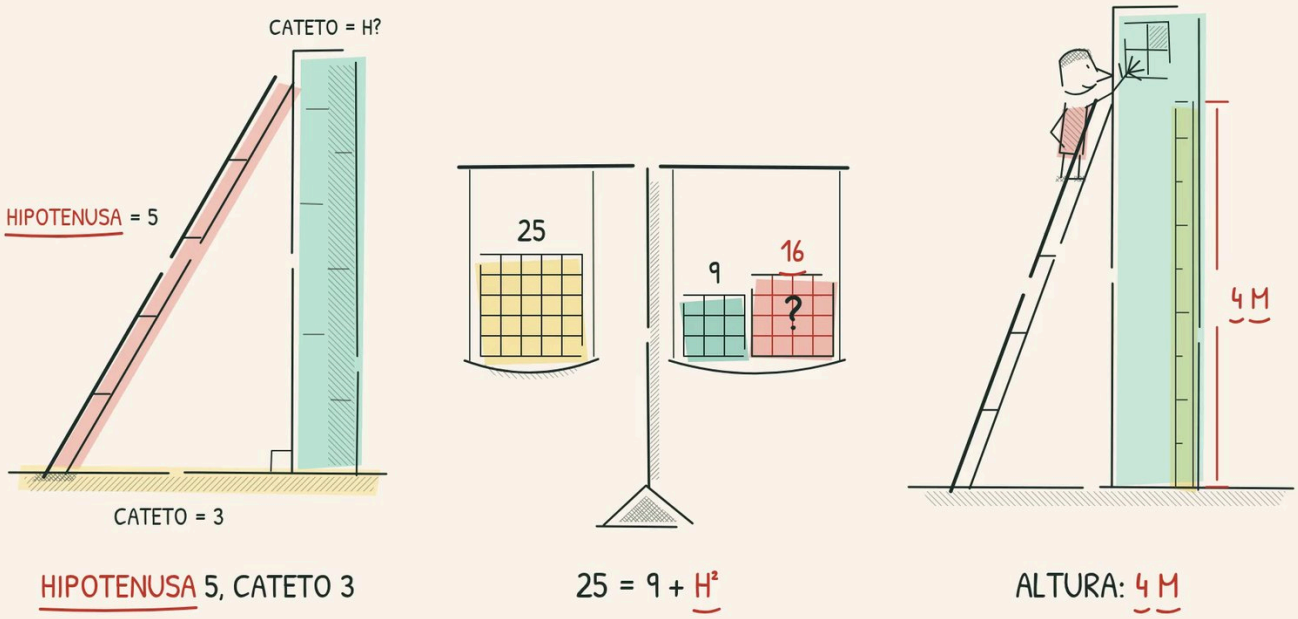
Mas por que isso sempre funciona? Vamos demonstrar com semelhança. Do ângulo reto, trace uma altura até a hipotenusa. Ela divide a hipotenusa em dois segmentos, m e n, que são as projeções dos catetos sobre ela. Agora aparecem dois triângulos menores. Cada um deles tem os mesmos ângulos do triângulo grande. Por isso, os três triângulos são semelhantes: mesma forma, tamanhos diferentes.



	Escreva no quadro	Desenhe
1	**b² = a · m**	Triângulo grande ao lado do triângulo menor que contém o cateto b e o segmento m, com setas ligando os lados correspondentes. Embaixo, a giz, a proporção b/a = m/b e uma seta de 'multiplicar em cruz' levando à relação.
2	**c² = a · n**	Mesma comparação com o outro triângulo menor, que contém o cateto c e o segmento n, setas ligando lados correspondentes, a proporção c/a = n/c e a relação escrita.
3	**b² + c² = a²**	As duas relações somadas num quadro-negro: a·m + a·n = a·(m + n) = a·a. Ao lado, os segmentos m e n se juntando numa barra única do tamanho de a, chegando ao resultado final em destaque.

O que explicar

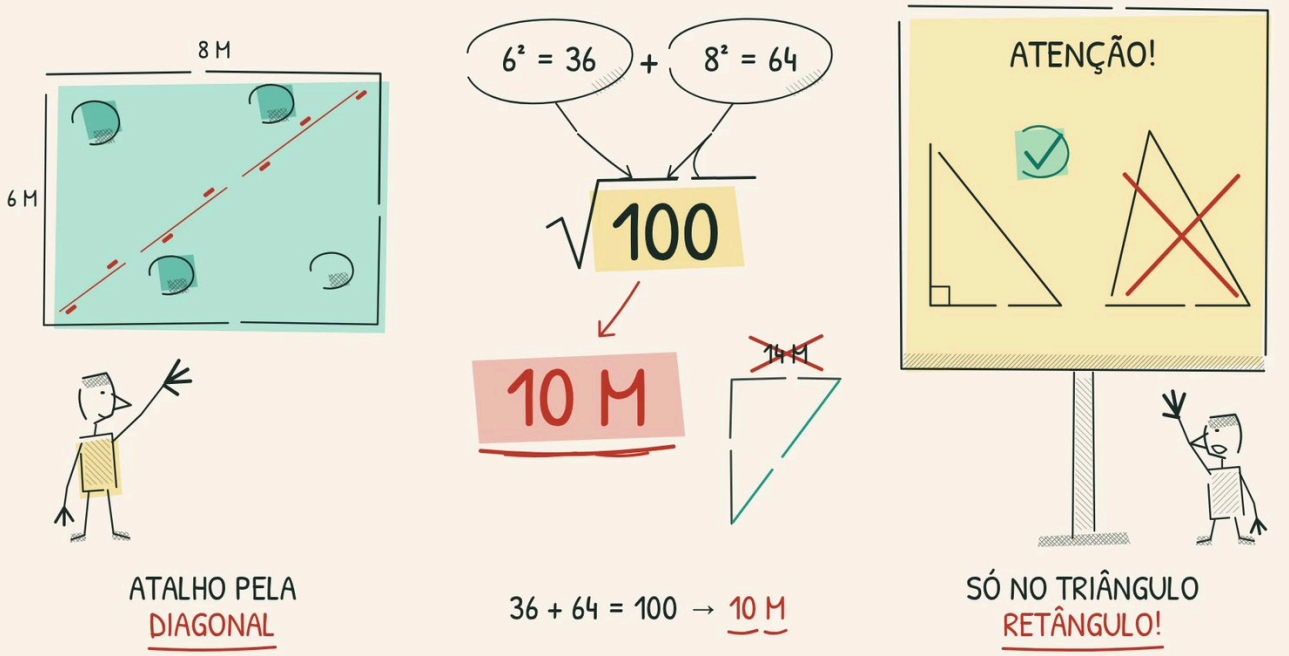
Semelhança gera proporções. Compare o triângulo grande com o triângulo menor que contém o cateto b. Lados correspondentes têm a mesma razão: b sobre a é igual a m sobre b. Multiplicando em cruz, b ao quadrado é igual à hipotenusa a vezes m. Do outro lado, do mesmo jeito, c ao quadrado vale a vezes n. Somando, b ao quadrado mais c ao quadrado dá a vezes m mais a vezes n. Colocando a em evidência, fica a vezes a soma m mais n. Como m mais n é a própria hipotenusa, o resultado é a vezes a: a ao quadrado.



	Escreva no quadro	Desenhe
1	**Hipotenusa 5, cateto 3**	A cena da escada de volta, com a escada etiquetada 'hipotenusa = 5', o chão 'cateto = 3' e o muro 'cateto = h?'.
2	**25 = 9 + h²**	Balança equilibrada: de um lado um quadrado de 25 quadradinhos, do outro um de 9 e um quadrado vazio com ponto de interrogação, que se enche com 16.
3	**Altura: 4 m**	O menino no alto da escada limpando a janela, e uma fita métrica no muro marcando 4 m até o topo da escada.

O que explicar

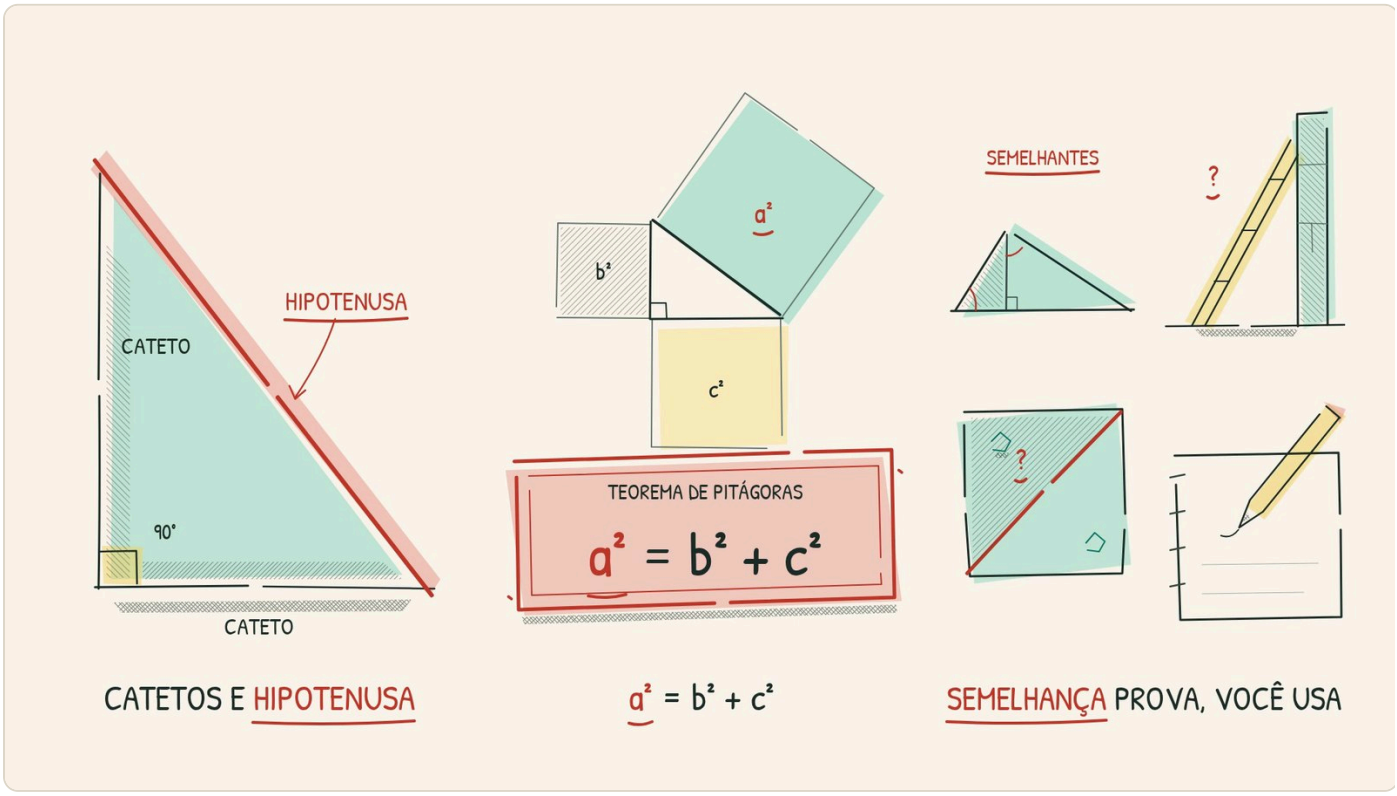
Vamos usar isso na escada. A escada é a hipotenusa: cinco metros. O chão é um cateto: três metros. A altura é o cateto que falta. Então, cinco ao quadrado é igual a três ao quadrado mais altura ao quadrado. Vinte e cinco é nove mais o que falta. Falta dezesseis. Qual número vezes ele mesmo dá dezesseis? Quatro. A escada alcança quatro metros.



	Escreva no quadro	Desenhe
1	**Atalho pela diagonal**	Vista de cima de uma praça retangular com árvores, lados marcados 6 m e 8 m, e pegadas atravessando na diagonal de um canto ao outro.
2	**36 + 64 = 100 → 10 m**	Contas em balões: $6^2 = 36$ e $8^2 = 64$ se juntando em 100, e uma raiz desenhada levando a 10 m. Ao lado, o caminho pelas bordas riscado com '14 m'.
3	**Só no triângulo retângulo!**	Placa de alerta com um triângulo retângulo com selo de aprovado e, ao lado, um triângulo sem ângulo reto com um X.

O que explicar

E quando falta a hipotenusa? Imagine cortar caminho na diagonal de uma praça retangular, com seis e oito metros de lado. Seis ao quadrado dá trinta e seis. Oito ao quadrado dá sessenta e quatro. Somando, cem. Que número vezes ele mesmo dá cem? Dez. Você anda dez metros, e não quatorze. Atenção: isso só vale em triângulo retângulo!



	Escreva no quadro	Desenhe
1	**Catetos e hipotenusa**	Triângulo retângulo com o quadradinho no canto reto, catetos hachurados e hipotenusa em traço grosso, cada um com seu nome.
2	**$a^2 = b^2 + c^2$**	A fórmula desenhada como um selo carimbado, com os três quadrados nos lados de um triângulo ao fundo.
3	**Semelhança prova, você usa**	Miniaturas lado a lado: os três triângulos semelhantes, a escada no muro e a praça com a diagonal, e um lápis apontando para um caderno em branco.

O que explicar

Vamos revisar. Triângulo retângulo tem um ângulo de noventa graus, dois catetos e a hipotenusa, o maior lado, em frente ao ângulo reto. O teorema diz: hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos catetos. A semelhança dos triângulos prova por que funciona. E, com ele, você descobre qualquer lado que falta. Agora é sua vez!